

Չրառնետուրսային համակարգերը (ՋՌՀ), որոնք միավորում են ջրի ստացման, բաշխման, մաքրման և մատակարարման միջոցները, բնա-տեխնիկական համակարգեր են, որոնք կոչված են համապատասխանեցնել ջրային ռեսուրսների պահանջարկը եւ դրա բավարարման հնարավորությունը: Դրանք ներկայացնում են բարդ կառավարվող դինամիկ համակարգեր, որոնք գործունեության եւ զարգացման պայմանները բնութագրվում են անորոշությամբ: Այստեղից էլ բխում է համակարգի պարամետրերի եւ ռեժիմների վերաբերյալ տարբերակված որոշումների ընդունման բարդությունը: Անորոշության պայմաններում ՋՌՀ կառավարման որոշումների որակի բարձրացման եւ տնտեսական ռիսկերի նվազեցման համար դեռեւս 1930-ականներին մշակվեց մի մոտեցում՝ հիմնված երաշխավորված ջրօգտագործման (երաշխավորված հատույցի) հասկացությունների վրա. սպառման համար տրամադրվող ջրի հաշվարկային ծավալ եւ հուսալիություն ու հավանականություն, որ ջրի իրական մատակարարումը կլինի ոչ պակաս, քան երաշխավորվածն է:

**Ջրային ռեսուրսների օպտիմալ օգտագործման մաթեմատիկական մոդելը**

Ջրա-ռեսուրսային համակարգերի գործունեությունը նկարագրող մաթեմատիկական մոդելներում նպատակային ֆունկցիաները ձեւավորվում են մոդելավորվող համակարգերի տարրերի արտադրական ֆունկցիաներից: Դիտարկվող արտադրական ֆունկցիաները, որպես փոփոխական օգտագործվող ռեսուրսների զուգահեռ, ներառում են նաեւ դրանց երաշխավորված քանակները:

Ջրային ռեսուրսների օգտագործման տնտեսական արդյունքները գնահատվում են  $f(X, x)$  արտադրական ֆունկցիաներով, որոնք կախված են ջրային ռեսուրսների երաշխավորված  $X$ , եւ ընթացիկ  $x$ , ծավալային ու որակական ցուցանիշներից: Առանց ամբողջականության խախտման՝ այսպիսի արտադրական ֆունկցիաները կարելի է ներկայացնել հետևյալ կերպ.

$$f(X, x) = f^1(X) + f^2(X, x) \quad (1):$$

Այստեղ  $f^1(X)$  -ը բնութագրում է ջրային ռեսուրսների երաշխավորված ծավալների օգտագործման արդյունքը:  $f^2(X, x)$  -ը սովորաբար անվանում են կորուստների ֆունկցիա, որը բնութագրում է ռեսուրսի օգտագործվող եւ երաշխավորված ծավալների միջեւ առկա շեղմամբ պայմանավորված արդյունքի կորուստը: Որոշակիության համար  $f^2(X, x)$  ֆունկցիայի ներքո կհասկանանք սպառողների գործունեության արդյունքում առաջացող կորուստների մաթեմատիկական սպասումները.

$$f^2(X, x) = \int_{\omega \in \Omega} p^\omega f^2(X, x^\omega) = \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega f^2(X, x^\omega) \quad (2),$$

որտեղ  $p^\omega$  անորոշ պայմաններում էլքերի հավանականությունն է: Ենթադրում ենք, որ անորոշ պայմանների էլքերի  $\Omega$  բազմությունը վերջավոր է: (1) եւ (2) հավասարումները

միասին ցույց են տալիս, որ  $f(X, x)$  ֆունկցիան իրենից ներկայացնում է արտադրական ֆունկցիաների մաթեմատիկական սպասումները, որոնք գնահատում են տարբեր ստոխաստիկ պայմաններում գործունեության արդյունքը.

$$f(X, x) = \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega f^\omega(X, x^\omega) = \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega [f^1(X) + f^2(X, x^\omega)] \quad (3):$$

Երբ սպառողին տրամադրվող ռեսուրսի քանակությունը համապատասխանում է երաշխավորվածին՝  $x^\omega = X$  կարիք չկա ճշգրտումներ կատարել, այսինքն՝  $f^2(X, x) = 0$ : Ավելցուկային ռեսուրսների ուտիլիզացիան (այսինքն՝  $\Delta x^\omega = x^\omega - X > 0$  դեպքը) հնարավոր է միայն դրանցում պահանջարկի եւ դրա բավարարման համար անհրաժեշտ այլ պայմանների առկայության պարագայում: Ավելցուկային ռեսուրսների օգտագործումն իրականացվում է զգալի փոքր արդյունավետությամբ, քան ենթադրվողինը, այդ պատճառով էլ  $\Delta x^\omega > 0$  դեպքում  $f^2(X, x^\omega)$  ֆունկցիայի  $f^\omega(X, x^\omega)$  բաղկացուցիչները ոչ բացասական են, եւ դրանց արժեքներն աճում են աննշան: Ռեսուրսների օգտագործումը դրանց պակասորդի առկայության պարագայում՝  $\Delta x^\omega < 0$ , բնորոշվում է վերամշակվող արտադրանքի ինքնարժեքի բարձրացմամբ, իսկ որոշակի  $|\Delta x^\omega|$  սահմանի գերազանցման դեպքում՝ դրա արտադրման անհնարի-նությամբ: Արտադրության տվյալ մակարդակի պահպանման համար անհրաժեշտ լրացուցիչ ծախսերը (առաջին դեպքում) եւ թերարտադրության համար վնասների փոխհատուցումը (երկրորդ դեպքում) զգալի գերազանցում են ենթադրվող ծավալով ռեսուրսների օգտագործման արդյունքը, այսինքն՝  $\Delta x^\omega < 0$  պարագայում  $f^2(X, x^\omega)$  ֆունկցիան բացասական է, եւ դրա արժեքները կտրուկ նվազում են  $|\Delta x^\omega|$  տեմպով: Արտադրական ֆունկցիայի տեմպինաբանությամբ դա նշանակում է, որ  $|\Delta x^\omega| = |\Delta x^\omega - X|$  պարագայում  $f^\omega(X, x^\omega)$  ֆունկցիայի աճն արտահայտվում է հետևյալ անհավասարությամբ.

$$[f^\omega(X, x^\omega) - f^\omega(X, X)]_{\Delta x^\omega \geq 0} = f^2(X, x^\omega) \Big|_{\Delta x^\omega \geq 0} \leq [f^\omega(X^\omega, x^\omega) - f^\omega(X, X)]_{\Delta x^\omega \geq 0} \leq -[f^\omega(X, x^\omega) - f^\omega(X, X)]_{\Delta x^\omega \leq 0} \quad (4):$$

Որպես կանոն՝  $|\Delta x^\omega| > 0$  պարագայում (4)-ի գոնե մեկ անհավասարությունը խորանում է եւ փոխվում խիստ անհավասարության: (4)-ի անհավասարությունները ցույց են տալիս ջրային ռեսուրսների օգտագործման արդյունքների գնահատման մեջ երաշխավորված մեծությունների ներմուծման նպատակահարմարությունը: (4)-ի առաջին անհավասարությունը ցույց է տալիս, որ լրացուցիչ ռեսուրսների օգտագործման արդյունքը չի գերազանցում դրա երաշխավորված ծավալի օգտագործումը: Վերջին անհավասարությունը ցույց է տալիս, որ ջրային ռեսուրսների օգտագործման արդյունավետության նվազումը չնախատեսված պակասորդի առկայության դեպքում պակաս է դրա երաշխավորված ծավալի կրճատման արդյունքում առաջացած արդյունավետության նվազումից: (4)-ի անհավասարությունների շղթան ցույց է տալիս, որ, երբ տրամադրվող

# ԵՐԱՇԽԱՎՈՐՎԱԾ ՋՐՕԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄԸ ԵՎ ԴՐԱ ՆԵՐԴՐՄԱՆ ՀԻՄՆԱԽՆԴԻՐՆԵՐԸ ՀՈՒԿԱՅԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ

Ատենախոսության թեմա՝  
**Ջրային տնտեսության զարգացման հիմնախնդիրները 33-ում**  
 Գիտական ղեկավար՝  
**Արարատ ՉԱԶԱՐՅԱՆ**  
 Տնտեսագիտության դոկտոր,  
 պրոֆեսոր

**Հովհաննես ԼՆԼՆՅԱՆ**  
 33 ԳԱԱ  
 տնտեսագիտության  
 ինստիտուտի  
 սասիրանտ



նետուրսների ծավալները շեղվում են երաշխավորվածից, արդյունքը փոքր է լինում, քան երաշխավորված ծավալի դեպքում:

Ռեսուրսների երաշխավորված չափի օգտագործման արդյունավետությունը բնութագրող արտադրական ֆունկցիաները հնարավորություն են տալիս գնահատել սպառողների գործունեության համար կարելուր ցուցանիշներ:

Տարբեր ստոխաստիկ պայմաններում ջրային ռեսուրսների օգտագործման արդյունքների տարբերությունը ծնում է տևտեսական արդյունքի նվազման ռիսկ՝ որպես հետեվանք  $R(X, x)$  ռեսուրսներով ոչ լրիվ ապահովվածության երաշխավորված է ռեսուրսների լրացուցիչ քանակությամբ ստացմամբ:

Ռիսկի ներքո հասկանում ենք երաշխավորվածից փոքր ծավալի ռեսուրսների ստացման պատճառով առաջացող կորստի մաթեմատիկական սպասումը, այն արտահայտվում է հետեվյալ բանաձևով:

$$R(X, x) = \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega [f^\omega(X, x) - f^\omega(X, x^*)]^+ = \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega [-f^{2\omega}(X, x^*)]^+ = \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega r^\omega(X, x^*) \quad (5)$$

որտեղ  $r^\omega(X, x^*)$   $\omega$  ստոխաստիկ պայմաններում էլքերի պարագայում ռեսուրսների չստացումից առաջացող կորուստն է, և այն ֆունկցիան է  $[x]^+ = \max\{x, 0\}$ :

$D(X, x)$  հնարավորությունը ռեսուրսների լրացուցիչ քանակության օգտագործման արդյունքում առաջացող գործունեության ծավալի մեծացման մաթեմատիկական սպասումն է եւ արտահայտվում է հետեվյալ բանաձևով:

$$D(X, x) = \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega [f^\omega(X, x^*) - f^\omega(X, x)]^+ = \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega [f^{2\omega}(X, x^*)]^+ = \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega d^\omega(X, x^*) \quad (6)$$

որտեղ  $d^\omega(X, x^*)$   $\omega$  ստոխաստիկ պայմանների էլքերի դեպքում արդյունքի աճն է:

Սկարագրված արտադրական ֆունկցիաները կարող են նաեւ կիրառվել ջրային ռեսուրսների երաշխավորված ծավալի հուսալիության գնահատման համար: Հուսալիությունը բնորոշվում է որպես հավանականություն, որ տրամադրվող ռեսուրսների ծավալը կլինի ոչ փոքր, քան դրանց երաշխավորված ծավալն է:

$$P(X, x) = \sum_{\omega \in \Omega^+} p^\omega, \quad \Omega^+ = \{\omega | x^\omega \geq x\} \quad (7)$$

Որպես մոդելի փոփոխական՝ երաշխավորված քանակների յուրահատկությունն այն է, որ դրանք բաշխվում են թույլատրելի բազմություններում եւ փոխադարձաբար կապված են միայն նպատակային ֆունկցիաների միջոցով: Հենց սա է պատճառը, որ դիտարկվող մոդելի կառուցվածքը չի փոխվում: Ստորեւ ներկայացվում է այդպիսի մոդելներից մեկը: Մոդելում խնդիր է դրվում գտնել  $X^0, x^0$  լավագույն հոսքերը  $G(I, S)$  ցանցի վրա՝ 1 գազաթների եւ  $S$  աղեղների բազմությամբ, որտեղ 1-ն համապատասխանում է աղբյուրների, ջրամբարների գտնվելու, գետերի ու ջրատարների միավորման վայրերին եւ այլն: Իսկ  $S$ -ը ներկայացնում է սպառողներին, գետերի եւ ջրատարների հատվածները, ինչպես նաեւ աղեղները, որոնք լրացուցիչ ներմուծվում են ջրի աղբյուրների ներկայացման համար:  $X^0, x^0$  հոսքերի վեկտորը, որի բաղադրիչները  $X^0 = \{X_s^0 | s \in S\}$  եւ  $x^0 = \{x_s^0 | s \in S, \omega \in \Omega\}$ , մոդելավորում են  $x^0$  օգտագործվող ռեսուրսների եւ դրանց  $X^0$  կողմնորոշիչ մեծությունների օպտիմալ ծավալները:  $X^0, x^0$  վեկտորը մաքսիմալացնում է նպատակային ֆունկցիան, որը ձեւավորվում է իր տարրերի արտադրական ֆունկցիաներից այն ենթադրությամբ, որ տարբեր տարրերի կողմից ռեսուրսների օգտագործումից ստացվող արդյունքները համադրելի են միեւնույն միավորներով (դրամ, դոլլար):

$$F(X, x) = \sum_{s \in S} f_s(X_s, x_s) = \sum_{s \in S} \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega f_s^\omega(X_s, x_s^\omega) = \sum_{\omega \in \Omega} p^\omega \sum_{s \in S} f_s^\omega(X_s, x_s^\omega) \quad (8)$$

$X^0, x^0$  վեկտորը պետք է բավարարի հոսքերի անխզելիությունը նկարագրող հավասարումներին:

$$\sum_{s \in S_i^+} k_s^\omega x_s^\omega - \sum_{s \in S_i^-} x_s + b_i^\omega = 0, \quad i \in I, \omega \in \Omega \quad (9)$$

վերելից եւ ներքեւից հոսքերի մեծությունների սահմանափակումներին, որոնք հավանական պայմանների տարբեր էլքերի

պարագայում կարող են ընդունել տարբեր արժեքներ:

$$x_s^\omega \leq x_s \leq \bar{x}_s^\omega, \quad s \in S, \omega \in \Omega \quad (10)$$

եւ դրանց երաշխավորված մեծություններին, որոնք ընդունում են միեւնույն արժեքները՝ բոլոր հավանական էլքերի պարագայում:

$$\underline{X}_s \leq X_s \leq \bar{X}_s, \quad s \in S \quad (11)$$

որտեղ  $b_i^\omega \geq 0$  աղբյուրի հզորությունն է,  $G(I, S)$ -ի  $i$ -րդ գազաթից դուրս բերվող ջրային ռեսուրսների ամրագրված քանակությունն է,  $k_s^\omega$  -  $s$ -րդ աղեղի ուժեղացման ոչ բացասական գործակիցն է (որպես կանոն՝  $k_s^\omega \leq 1$ ), որը ցույց է տալիս ռեսուրսի կորուստը,  $S_i^+$  -  $i$ -րդ գազաթ մտնող աղեղների բազմությունն է,  $S_i^-$  -  $i$ -րդից դուրս եկող աղեղների բազմությունը:

Սկատեք, որ  $i$  տարբերություն  $x_s^\omega$  իրական հոսքերի, որոնք փոխկապակցված են  $G(I, S)$  ցանցի գազաթներում անխզելիության հավասարումների համակարգով,  $X_s$  հոսքերը, որոնք արտահայտում են ռեսուրսների երաշխավորված մեծությունները, պատկանում են միայն իրենց աղեղներին:

(8)-(11) խնդրի լուծումը այնքան էլ ակնհայտորեն չի ցույց տալիս ջրային ռեսուրսների երաշխավորված ցուցանիշների օպտիմալ հուսալիության  $P_s(x_s^0, x_s^0)$  մեծությունները: Հուսալիության մեծությունները կստանանք (8)-(11) խնդրի  $X^0, x^0$  լուծումները տեղադրելով (7) բանաձևում՝ որպես կողմնակի արդյունք, ճիշտ այնպես, ինչպես ռեսուրսների օպտիմալ օգտագործման խնդրում որպես կողմնակի արդյունք ստացվում է ռեսուրսների օպտիմալ գնահատականը: Օպտիմալներից տարբերվող հուսալիության  $P_s$  խնդիրը բերում է ջրային ռեսուրսների օգտագործման արդյունավետության նվազման:

$P_s < P_s(x_s^0, x_s^0)$  դեպքում արդյունքը փոքրանում է ավելի հաճախ, քան  $P_s(x_s^0, x_s^0)$  դեպքում՝ կախված թանկարժեք ճշգրտող միջոցառումներ իրականացնելու անհրաժեշտությունից, որոնք պայմանավորված են օգտագործվող ռեսուրսների ցուցանիշների եւ ռոնսց երաշխավորված մեծությունների շեղումներով:  $P_s > P_s(x_s^0, x_s^0)$  դեպքում արդյունքը նվազում է՝ կապված այն բանի հետ, որ արտադրական հնարավորությունները լիարժեք չեն հաշվարկվում: Ճիշտ նույն կերպ  $B$  առաջադրանքը այնքան էլ ակնհայտորեն չի պարունակում ռեսուրսների օգտագործման  $R_s(x_s^0, x_s^0)$  օպտիմալ ռիսկերի եւ  $D_s(x_s^0, x_s^0)$  հնարավորությունների մեծությունները: Դրա համար բավական է (8)-(11) խնդրի օպտիմալ վեկտորը տեղադրել (5) եւ (6)-ում:

(8)-(11) առաջադրանքը ստոխաստիկ ծրագրավորման երկփուլ առաջադրանք է: Ստոխաստիկ պայմանների որեւէ անհայտ բաշխման պարագայում որպես ռազմավարական փոփոխականներ (1-ին փուլ) հանդես են գալիս  $X_s$  աղեղներով հոսքերը, որոնք մոդելավորում են օգտագործվող ջրային ռեսուրսների երաշխավորված ծավալների մեծությունները: Որպես մարտավարական փոփոխական (2-րդ փուլ), որը համապատասխանում է ստոխաստիկ պայմանների հայտնի բաշխմանը, հանդես են գալիս  $x_s^\omega$  հոսքերը, որոնք համապատասխանում են իրականում օգտագործվող ռեսուրսներին: (8)-(11) առաջադրանքը հանդիսանում է ՁՌՀ աղապարով կառավարման գործիք եւ թույլ է տալիս ընտրել ՁՌՀ կառավարման  $X^0$  օպտիմալ ռազմավարություն ու դրա  $\Delta x^{\omega 0} = x^{\omega 0} - X^0$  ճշգրտումներ, որոնք ապահովում են տարբեր ստոխաստիկ պայմաններում համակարգի գործունեության արդյունավետության նվազագույն կորուստ: Մշակված ռազմավարության իրականացման համար անհրաժեշտ է այն լրացնել ջրային ռեսուրսների շուկայի իրավահավասար մասնակիցների՝ ՁՌՀ եւ սպառողների փոխազդեցությունների մեխանիզմով: Ջրային ռեսուրսների գնորդների (սպառողներ) եւ վաճառողների (ՁՌՀ) փոխհարաբերությունների կարգավորիչ են երաշխավորված ջրօգտագործման գները եւ դրանից շեղվելու համար վճարվող գինը:

\* Крицкий С.Н., Менкель М.Ф., Расчет многолетнего регулирования речного стока на основе теории вероятностей, Тр. ВИСУ Гидротехнический сборник, 1932, №4, с. 7-31.